Glossaire des termes illustré

|  |  |
| --- | --- |
| Notions | Exemples simples et rédaction possible pour la solution |
| **Proportions et pourcentages****Définition**Soit E une population d’effectif *n*E et A une sous-population de E d’effectif *n*A.La **proportion** de A dans E est égal à $p=\frac{n\_{A}}{n\_{E}}$Une proportion est toujours comprise entre 0 et 1 et n’a pas d’unité.Une proportion peut s’exprimer sous forme de nombre décimal, de fraction ou de **pourcentage**. Par exemple, $p=0,69=\frac{69}{100}.$ Soit une proportion de 69 %.Une proportion peut être aussi appelée fréquence des éléments de A dans E ou encore, dans certains cas, un taux (taux de chômage, taux d’activité … )Lorsque *n*A ≠ 0 et *n*E ≠ 0, si l’on connaît l’un des trois nombres *n*A, *n*E et *p*, alors on peut calculer le 3ème.$$p=\frac{n\_{A}}{n\_{E}}⇔n\_{A}=p×n\_{E}⇔n\_{E}=\frac{n\_{A}}{p}$$**Application** : Calculer *p* % d’un nombre N, c’est multiplier N par $\frac{p}{100}$ **Propriété**Soit A et B deux sous-populations d’une même population E. Les proportions de A, de B, de A $∩$ B et de A $∪$ B sont telles que $p\_{A∪B}=p\_{A}+p\_{B}-p\_{A∩B}$ **Propriété**Soit A, B et E trois populations telles que A $⊂$ B et B $⊂$ E, la proportion *p* de A dans E est le produit de la proportion *p*’ de A dans B par la proportion *p*’’ de B dans E, *p* = *p*’ × *p*’’. | **Exemple 1 : proportion** *Dans une classe de 1ère ES de 27 élèves, 6 élèves pratiquent le roller.**Calculer la proportion d’élèves de cette classe pratiquant le roller.*La population E est l’ensemble des élèves de la classe de 1ère ES. Son effectif est *n*E = 27.La sous-population A est constitué des élèves de la classe de 1ère ES pratiquant le roller, son effectif est *n*A = 6La proportion des élèves pratiquant le roller dans la classe est égale à :$p=\frac{n\_{A}}{n\_{E}}=\frac{6}{27}≈0,22.$ Soit une proportion d’environ 22 %.**Exemple 2 : proportion***Dans une classe de seconde de 32 élèves, le pourcentage d’élèves pratiquant le roller est égal à 31,25 %. Quel est le nombre d’élèves pratiquant le roller ?*Par définition $p=\frac{n\_{A}}{n\_{E}}$ en remplaçant par les données de l’énoncé, $0,3125=\frac{n\_{A}}{32}$Ou encore $\frac{31,25}{100}=\frac{n\_{A}}{32}$ donc $n\_{A}=0,3125×32=10$. Donc 10 élèves de la classe pratiquent le roller.**Exemple 3 : inclusion***Le directeur d’une entreprise constate que le secteur de la vente concerne 41 % de l’effectif de l’entreprise et que, dans celui-ci, 8 % du personnel a été recruté cette année. Dans l’ensemble du personnel de l’entreprise, quelle est la proportion des personnes recrutées cette année pour la vente ?*Soit E l’ensemble des personnels de l’entreprise, soit B le personnel du secteur vente et A l’ensemble des personnes recrutées cette année pour la vente. On a A $⊂$ B et B $⊂$ E. La proportion de B dans E est *p*’’ = 0,41.La proportion de A dans B est *p*’ = 0,08. La proportion de A dans E est donc égale à *p* = *p*’ × *p*’’ = 0,08 × 0,41 = 0,0328.Les personnes recrutées cette année pour la vente représentent 3,28 % du personnel de l’entreprise.  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Evolution****Définition** Lorsqu’une grandeur évolue d’une valeur initiale *y*1 à une valeur finale *y*2.- La **variation absolue** de *y*1 à *y*2 est la différence *y*2 – *y*1 .- La **variation relative** *y*1 à *y*2 est le rapport $t=\frac{y\_{2} – y\_{1} }{y\_{1}}$**-** Le **taux d’évolution** est égal à $t=\frac{y\_{2} – y\_{1} }{y\_{1}}$ Par définition, $t=\frac{y\_{2} – y\_{1} }{y\_{1}}$ donc $t×y\_{1}=y\_{2}-y\_{1}$Donc $t×y\_{1}+y\_{1}=y\_{2}$, d’où $y\_{2}=(1+t)×y\_{1}$**Propriété**Lorsqu’une grandeur évolue d’une valeur initiale *y*1 à une valeur finale *y*2, on a $y\_{2}=\left(1+t\right)×y\_{1}$où *t* est le taux d’évolution.Le nombre *c* = 1 + *t* est appelé le **coefficient multiplicateur** de l’évolution de *y*1 à *y*2.**Application**Augmenter une grandeur de *a* % revient à la multiplier par le coefficient multiplicateur $c=1+\frac{a}{100}$. Le taux d’évolution est alors $t=\frac{a}{100}$Diminuer une grandeur de *a* % revient à la multiplier par le coefficient multiplicateur $c=1-\frac{a}{100}$. Le taux d’évolution est alors $t=-\frac{a}{100}$**Evolutions successives****Propriétés**Lorsqu’une grandeur subit deux évolutions successives, **le coefficient multiplicateur global** est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.Si la grandeur subit une première évolution de taux *t*1, puis une seconde évolution de taux *t*2, alors la grandeur subit **une évolution globale de taux** $t=\left(1+t\_{1}\right)\left(1+t\_{2}\right)-1$**Taux moyen****Définition :** On appelle taux d’évolution moyen (ou taux moyen) de $n$ évolutions successives le nombre $t\_{M}$ tel que $n$ évolutions successives de même taux $t\_{M}$, partant de la valeur initiale aboutissent à la même valeur finale que les $n$ évolutions précédentes. Autrement dit, si on note $T$ le taux annuel global, sur $n $ années, le taux annuel moyen est le nombre $t\_{M}$ tel que : $\left(1+\frac{t\_{M}}{100}\right)^{n}=1+\frac{T}{100}$ , c’est-à-dire, $1+\frac{t\_{M}}{100}=\left(1+\frac{T}{100}\right)^{\frac{1}{n}}$**Evolution réciproque****Définition :** Deux évolutions sont dites réciproques lorsque le coefficient multiplicateur global de ces deux évolutions est égal à 1.**Propriété :** Soit *y*1 et *y*2 deux valeurs prises par une même grandeur.Les évolutions de *y*1 à *y*2 de taux *t* et de *y*2 à *y*1 de taux *t*’ sont réciproques.On a (1 + *t*) × (1 + *t*’) = 1.**Statistiques**1. **Moyenne et écart-type**

On considère la série statistique quantitative discrète ci-dessous :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Valeur du caractère X | x1 | x2 | … | xk |
| Effectif | n1 | n2 | … | nk |

**Définition** **L’effectif total** de la population est n = n1 + n2 + … + nk =ni = nLa **moyenne** de cette série est = = La **variance** de cette série est V = = ni(xi –)²**L’écart-type** de cette série est σ = **Remarques** - Si les valeurs de la série ont été regroupées par classes, en particulier dans le cas d’un caractère continu, les calculs s’appliquent en prenant pour valeur de xi le centre de chaque classe. - On utilise principalement la calculatrice ou le tableur pour calculer la variance et l’écart-type. **Utilisation du couple ( ; σ) pour étudier une série statistique :**La moyenne est un caractère de position qui indique la tendance centrale.L’écart-type est un caractère de dispersion, il mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne : plus il est grand et plus les valeurs sont dispersées et moins la moyenne représente de façon significative la série.Le couple **( ; σ)**prend en compte toutes les valeurs de la série et est, de ce fait, influencé par les valeurs extrêmes.1. **Médiane et écart interquartile**

On considère une série dont les valeurs sont **ordonnées** par ordre croissant (*x*1 *x*2 … *x*N)**Définition**  Si la série comporte un nombre pair *N* = 2*p* de termes, la **médiane** de cette série est la moyenne entre la valeur du terme de rang *p* et la valeur du terme de rang *p* + 1. On a Me = $\frac{x\_{p}+ x\_{p+1}}{2}$Si la série comporte un nombre impair *N* = 2*p* + 1 de termes, la **médiane** de cette série est la valeur du terme de rang *p* + 1. On a Me = *xp*+1.**Propriété** La **médiane** Me sépare une série statistique en deux sous-séries :Au moins 50% des données sont inférieures à la médiane.Au moins 50% des données sont supérieures à la médiane.**Définition** On appelle **premier quartile** d'une série la plus petite valeur Q1 des termes de la série pour laquelle au moins un quart (25%) des données sont inférieures ou égales à cette valeur.On appelle **troisième quartile** d'une série la plus petite valeur Q3. des termes de la série pour laquelle au moins trois quarts (75%) des données sont inférieures ou égales à cette valeur.**L’écart interquartile** est la différence entre le 3ème quartile et le 1er quartile, c’est-à-dire Q3 – Q1.**Calcul pratique :**On considère une série, dont les *N* valeurs sont ordonnées.* Q1 est la valeur dont le rang est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$
* Q2 est la valeur dont le rang est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$

**Définition**L’étendue est la différence entre les valeurs extrémales e = xmax – xmin **Utilisation du couple ( Me ; Q3 – Q1 ) pour étudier une série statistique**La médiane est un caractère de position qui indique la tendance centrale.L’écart interquartile est un caractère de dispersion, il mesure la dispersion des valeurs autour de la médiane : plus il est grand et plus les valeurs sont dispersées.Le couple **(Me ; Q3 – Q1 )** prend en compte le nombre de valeurs de la série, il n’est pas influencé par les valeurs extrêmes.**Diagramme en boîte :**La médiane, les quartiles et les valeurs extrêmes permettent de résumer une série statistique. On représente ce résumé à l’aide d’un **diagramme en boîte** (aussi appelé *diagramme en boîte à moustaches*).Ce diagramme permet de comparer un même caractère dans plusieurs séries de tailles différentes.On construit un diagramme en boîte de la façon suivante :* Les valeurs du caractère sont repérées sur un axe (horizontal ou vertical),
* On place sur cet axe le minimum *m* et le maximum *M* de cette série, le premier quartile Q1, le troisième quartile Q3 et la médiane Me.
* On construit alors un rectangle (*la boîte*) parallèlement à l’axe, dont la longueur est l’écart interquartile,
* On construit des segments (*les*  *moustaches*) reliant le rectangle et les valeurs extrémales.

http://www.ac-creteil.fr/maths/images/geage45.gif1. **Séries statistiques à deux variables**

Sur des individus d’une même population, on réalise simultanément N observations de deux caractères quantitatifs *x* et *y*. Généralement, les valeurs observées sont consignées dans un tableau de données.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Valeurs du 1er caractère observé $x$ | $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$…$$ | $$x\_{N}$$ |
| Valeurs du 2ième caractère observé $y$ | $$y\_{1}$$ | $$y\_{2}$$ | $$…$$ | $$y\_{N}$$ |

L’ensemble des N couples $\left(x\_{1};y\_{1}\right)$, $\left(x\_{2};y\_{2}\right)$, …, $\left(x\_{N};y\_{N}\right)$, où $x\_{1}$ et $y\_{1}$, $x\_{2}$ et $y\_{2}$, .., $x\_{N}$ et $y\_{N}$ sont les valeurs observées de *x* et *y*, est appelé **série statistique à deux variables** *x* et *y* (ou **série statistique double**).**Représentation graphique d’une série statistique double**: le plan étant rapporté à un repère, on considère une série statistique $\left(x\_{1};y\_{1}\right)$, $\left(x\_{2};y\_{2}\right)$, …, $\left(x\_{N};y\_{N}\right)$ à deux variables *x* et *y*. Le **nuage de points** de cette série est l’ensemble des N points du plan, de coordonnées $\left(x\_{1};y\_{1}\right)$, $\left(x\_{2};y\_{2}\right)$, …, $\left(x\_{N};y\_{N}\right)$.**Point moyen du nuage :** Le point moyen du nuage est le point $G\left(\overline{x};\overline{y}\right)$ ; son abscisse $\overline{x}$ est la moyenne de la série $\left(x\_{i}\right)$ et son ordonnée est la moyenne de la série $\left(y\_{i}\right)$.**Ajustement affine du nuage :** lorsque les points du nuage sont presque alignés, on peut approcher ces points à l’aide d’une droite passant au plus près de ces points. On réalise alors une **ajustement affine de** $y$ **en** $x$.**Droite d’ajustement affine par la méthode des moindres carrés** : La meilleure droite d’ajustement est la **droite de régression de** $y$ **en** $x$ obtenue par **la méthode des moindres carrés**. Cette droite passe par le point moyen du nuage. Son équation est $y=ax+b$ où les coefficients $a$ et $b$ sont obtenus à l’aide d’un tableur ou d’une calculatrice.Un ajustement permet ensuite de faire des estimations :  Une **interpolation** dans l’intervalle des valeurs connues ; Une **extrapolation** à l’extérieur de cet intervalle.**Fonctions****Fonction polynôme du second degré :** Une fonction est appelée fonction polynôme du second degré s’il existe trois réels $a$, $b$ et $c$, avec $a\ne 0$ tels que, pour tout réel $x$ : $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$.**Dérivée d’une fonction polynôme du second degré :** Soit $f$ une fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ ($a\ne 0$). Alors $f$ est dérivable sur $R$ et pour tout réel $x$, $$.**Lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation d’une fonction :** Soit $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$. • Si pour tout $x\in I$, $f'(x)>0 $ alors la fonction $f$ est strictement croissante sur l’intervalle $I$. • Si pour tout $x\in I$, $f'(x)<0$ alors la fonction $f$ est strictement décroissante sur l’intervalle $I$.**Suites**• Une **suite** $u $est une fonction dont la variable est un nombre entier naturel. L’image par $u$ d’un nombre entier naturel $n$ est notée $u\_{n}$ et se lit « $u$ indice $n$ » ; $u\_{n}$ est appelé le **terme général** de la suite.• Voici deux moyens de définir une suite : Soit au moyen d’une fonction de la variable $n$ : $u\_{n}=f\left(n\right)$, on parle alors de formule explicite ; Soit par un procédé permettant de passer d’un terme au suivant : un terme est alors donné en fonction du terme précédent et on parle de formule de récurrence. Ainsi, à partir de $u\_{0}$ on obtient $u\_{1} $; à partir de $u\_{1}$ on obtient $u\_{2}$ ; à partir de $u\_{2}$ on obtient $u\_{3}$ et ainsi de suite.• Le premier terme, appelé aussi terme initial de la suite, peut être $u\_{0}$ ou $u\_{1}$ selon les cas.• Une suite est **arithmétique** lorsqu’on passe d’un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre $a$. Le nombre $a$ est appelé la **raison** de la suite.Formule de récurrence : $u\_{n+1}=u\_{n}+a$. Le terme initial permet alors de définir la suite.Formule explicite : pour tout entier naturel $n$, $u\_{n}=u\_{0}+n×a$ Ou pour tout entier naturel $n$ non nul, $u\_{n}=u\_{1}+\left(n-1\right)×a$.• Une suite est **géométrique** lorsqu’on passe d’un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre $b$. Le nombre $b$ est appelé la **raison** de la suite.Formule de récurrence : $u\_{n+1}=u\_{n}×b$. Le terme initial permet alors de définir la suite.Formule explicite : pour tout entier naturel $n$, $u\_{n}=u\_{0}×b^{n} $ Ou pour tout entier naturel $n$ non nul, $u\_{n}=u\_{1}×b^{n-1}$ . | **Exemple 1 : taux d’évolution***Un prix passe de 64 € à 112 €. Exprimer cette évolution sous la forme d’un pourcentage.*On pose *y*1 = 64 à *y*2 = 112. Comme *y*2 > *y*1, il s’agit d’une augmentation.*y*2 – *y*1 = 112 – 64 = 48. La variation absolue du prix est de 48 €.Le taux d’évolution est $t=\frac{y\_{2} – y\_{1} }{y\_{1}}=\frac{112-64}{64}= \frac{48}{64}=0,75.$$t=0,75=\frac{75}{100}$ donc le prix a augmenté de 75 %.Le pourcentage d’augmentation du prix est égal à 75 %.**Exemple 2 : coefficient multiplicateur***Un prix initial y1 égal à 12,80 € augmente de 7,5 %. Quel est le prix final ?*Le taux d’évolution correspondant à cette augmentation est égal à $ t=\frac{7,5}{100}=0,075.$ Le coefficient multiplicateur est égal à *c* = 1 + 0,075 = 1,075.Pour déterminer le nouveau prix *y*2, on multiplie *y*1 par 1,075.$y\_{2}=1,075×y\_{1}=13,76$. Le prix final est égal à 13,76 €.**Exemple 3 : évolutions successives***Un prix subit une augmentation de 20 % le premier mois puis une diminution de**10 % le deuxième mois. Déterminer le taux d’évolution, sur ces deux mois, correspondant à ces deux évolutions successives.*Le taux correspondant à la première évolution est égal à 0,2, celui de la deuxième évolution est égal à –0,1.Le prix a été multiplié par 1 + 0,2 = 1,2 puis par 1 – 0,1 = 0,9Globalement le prix a été multiplié par 1,2 × 0,9 = 1,08.Le taux d’évolution global est 1,08 – 1 = 0,08.Autrement dit, le prix a globalement augmenté de 8 %. Cela revient à dire qu’une augmentation de 20 % suivie d’une diminution de 10 % correspond à une augmentation unique de 8 %.**Exemple 4 : taux d’évolution moyen***Reprenons l’exemple 3 : calculer le taux moyen.*Le taux d’augmentation global est de $8\%$ après $n=2$ mois. Le taux d’évolution moyen est le nombre $t\_{M}$ tel que $1+\frac{t\_{M}}{100}=\left(1+\frac{8}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$Donc $t\_{M}=\left(\left(1+\frac{8}{100}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right)×100≈3,92$ : les deux évolutions précédentes correspondent à une hausse moyenne de $3,92\%$ par mois.**Exemple 5 : évolution réciproque***Un prix augmente de 18 %, soit un taux d’évolution t égal à 0,18.* *Déterminer le taux d’évolution réciproque correspondant à cette évolution.*Le taux d’évolution réciproque *t*’ est tel que (1 + 0,18)(1 + *t*’) = 1. Donc 1 + *t*’ = $\frac{1}{1,18}≈0,847.$*t*’ = $\frac{1}{1,18}-1≈ –0,153.$ Soit une baisse d’environ 15,3 %.Il faut diminuer le prix de 15,3 % pour revenir au prix initial.**Exemple :***Un directeur de supermarché décide d’étudier le temps d’attente aux caisses le vendredi, car il sait que les clients n’aiment pas attendre plus de 5 minutes, et qu’ils ne reviennent pas s’ils attendent plus de 8 minutes.**Pour cela, il interroge 100 clients et note les temps d’attente approximatifs en minutes entières.**Il obtient le diagramme ci-dessous.* 1. *Calculer la moyenne et l’écart-type de la série.*

 On doit d’abord rassembler les données dans un tableau :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| temps d'attente | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| effectifs | 5 | 9 | 13 | 8 | 19 | 10 | 8 | 5 | 11 | 9 | 2 | 1 |

On calcule la moyenne et l’écart type σ avec la calculatrice.= 5,68 et σ ≈ 2,80Le temps moyen d’attente sur les 100 personnes interrogées est compris en 5 et 6 minutes.1. *Calculer la médiane et les quartiles de cette série.*

On complète le tableau par les effectifs cumulés croissants (ECC).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| temps d'attente | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| effectifs | 5 | 9 | 13 | 8 | 19 | 10 | 8 | 5 | 11 | 9 | 2 | 1 |
| ECC | 5 | 14 | 27 | 35 | 54 | 64 | 72 | 77 | 88 | 97 | 99 | 100 |

La série comporte 100 = 2×50 termes. La médiane de cette série est donc égale à Me = $\frac{x\_{50} + x\_{51}}{2}= \frac{5+5}{2}=5$ C’est la moyenne entre la valeur de la série de rang 50 et celle de rang 51.Le temps d’attente médian est de 5 minutes dont au moins 50% des clients attendent plus de 5 minutes à la caisse, et ne sont donc pas satisfaits.$\frac{N}{4}=\frac{100}{4}=25$ donc Q1 est la 25ème valeur de la série, c’est-à-dire Q1 = 3.$\frac{3N}{4}=\frac{3×100}{4}=75$ donc Q3 est la 75ème valeur de la série, c’est-à-dire Q3 = 8.Le 3ème quartile est égal à 8 ainsi au moins 25 % de clients attendent plus de 8 minutes, et ne vont donc pas revenir.On obtient le diagramme en boîte suivant (réalisé avec Excel) :1. *Pour compléter son étude le directeur du supermarché a obtenu le diagramme en boîte correspondant à la même étude dans un magasin concurrent.*

*Comment peut-on interpréter ces résultats ?**Que peut-on conseiller au directeur ?*Dans le magasin du concurrent, le temps d’attente médian est de 4 minutes ce qui est plus faible que le temps médian du 1er magasin.Dans le magasin du concurrent, le 3ème quartile est égal à 5 ainsi au moins 25 % de clients attendent plus de 5 minutes alors qu’ils étaient au moins 50 % à attendre plus de 5 minutes dans le 1er magasin.On peut conseiller au directeur de revoir le nombre de caisse à ouvrir le vendredi.**Exemple :***Le tableau ci-dessous donne, sur les six derniers mois de l’année dernière, en milliers d’euros, le budget publicitaire et le chiffre d’affaires d’une entreprise.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rang du mois, $i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Budget publicitaire, $x\_{i}$ | 23 | 16 | 29 | 38 | 36 | 32 |
| Chiffre d’affaires, $y\_{i}$ | 400 | 360 | 440 | 500 | 490 | 460 |

*1) Représenter le nuage de points de la série statistique* $\left(x\_{i};y\_{i}\right)$*2) Déterminer les coordonnées du point moyen* $G$ *et placer-le dans le repère :* $\overline{x}=\frac{23+16+29+38+36+32}{6}≈29,84$ et $\overline{y}=\frac{400+360+…+460}{6}≈447,13$Donc $G\left(29,84 ;447,13\right)$*3) Déterminer l’équation réduite de la droite de régression de y en x :*Avec la calculatrice, on obtient : $a≈6,48$ et $b≈253,67$L’équation réduite de la droite est donc : $y=6,48x+253,67$. *4) Utiliser cette équation pour prévoir le chiffre d’affaire correspondant à un budget publicitaire de* $20 000$ *€.*$20 000$ € = $20$ milliers d’euros et $6,48×20+253,67=383,27$ : le CA correspondant serait de 383 270 euros environ.**Exemple :***Soit* $f$ *la fonction définie sur* $R$ *par* $f\left(x\right)=3x^{2}-x-2$*.**1) Calculer* $f^{'}\left(x\right)$$f$ est une fonction polynôme du second degré avec $a=3$, $b=-1$ et $c=-2$ donc $f^{'}\left(x\right)=2ax+b=2×3x-1=6x-1$.*2) Etudier le sens de variation de la fonction* $f$ *sur* $R$*.*On va étudier le signe de $f^{'}\left(x\right)$ : $f^{'}$ est une fonction affine croissante car son coefficient directeur est égal à $6>0$. De plus, $f^{'}\left(x\right)=0⇔6x-1=0⇔x=\frac{1}{6}$ . On en déduit le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $-\infty $  |  | $\frac{1}{6}$  |  |  $+\infty $ |
| Signe de $f^{'}\left(x\right)$ | - | 0 | + |
| Variation de $f$ |  |  | $f\left(\frac{1}{6}\right)$  |  |  |

**Exemple :**1) Suite définie explicitement : *on considère la suite* $\left(u\_{n}\right)$ *définie pour tout entier naturel* $n$ *par :* $u\_{n}=2n^{2}+1$ *.*Le premier terme de la suite est $u\_{0}=2×0^{2}+1=1$.Cette suite est définie de manière explicite : on peut calculer n’importe quel terme directement. Ainsi : $u\_{3}=2×3^{2}+1=19$.2) Suite définie par récurrence : *on considère la suite* $\left(v\_{n}\right)$ *définie par :* $v\_{0}=2$ *et, pour tout entier naturel* $n$*,* $v\_{n+1}=2 v\_{n}+1$ *.*Ici, le premier terme est $v\_{0}=2$. Pour calculer un terme, on a besoin de connaître le terme précédent, la suite est définie par récurrence.Ainsi, pour calculer $v\_{3}$, on doit déjà connaître $v\_{2} $; pour calculer $v\_{2}$, on doit déjà connaître $v\_{1} $: $v\_{1}=2×v\_{0}+1=2×2+1=5$$v\_{2}=2×v\_{1}+1=2×5+1=11$ et $v\_{3}=2×v\_{2}+1=2×11+1=23$.3) Suite arithmétique : *En 2013, Anne a reçu 80 € d’étrennes, puis chaque année, celles-ci augmentent de 6 €. On note* $e\_{n}$ *le montant des étrennes l’année* $2013+n$*. ainsi,* $e\_{0}=80$*.* *a) Donner les valeurs* $e\_{1}$ *et* $e\_{2}$ *des étrennes pour les années 2014 et 2015.*$e\_{1}=80+6=86$ et $e\_{2}=86+6=92$ : en 2015, Anne aura 86 € d’étrennes et en 2016, elle touchera 92 €. *b) Exprimer* $e\_{n+1}$ *en fonction de* $e\_{n}$ *et en déduire la nature de la suite* $\left(e\_{n}\right)$*.*Pour tout entier naturel $n$, $e\_{n+1}=e\_{n}+6$ . la suite $\left(e\_{n}\right)$ est arithmétique de premier terme $e\_{0}=80$ et de raison $a=6$. *c) Exprimer* $e\_{n}$ *en fonction de* $n$*.*On en déduit que, pour tout entier naturel $n$, $e\_{n}=e\_{0}+n×a=80+6n$ . *d) Calculer le montant des étrennes que Anne touchera en 2021.*$2021=2013+8$ et $e\_{8}=80+6×8=128$. Ainsi, en 2021, Anne recevra 128 € d’étrennes.4) Suite géométrique*Le nombre d’abonnés à un magazine est de 50 000 en 2015. Le propriétaire du magazine espère augmenter son nombre d’abonnés de 4% par an. On note* $w\_{n}$ *le nombre d’abonnés, exprimé en milliers, espérés en 2015+*$n$*. Ainsi* $w\_{0}=50$*.* *a) Calculer* $w\_{1}$ *et* $w\_{2}$$w\_{0}=50 $; $w\_{1}=50×\left(1+\frac{4}{100}\right)=52 $et $w\_{2}=52×1,04=54,08$ : le propriétaire espère donc avoir 52 000 abonnés en 2016 et 54 080 en 2017. *b) Exprimer* $w\_{n+1}$ *en fonction de* $w\_{n}$ *et en déduire la nature de la suite* $\left(w\_{n}\right)$*.*Pour tout entier naturel $n$, $w\_{n+1}=w\_{n}×1,04$ . la suite $\left(w\_{n}\right)$ est géométrique de premier terme $w\_{0}=50$ et de raison $b=1,04$. *c) Exprimer* $w\_{n}$ *en fonction de* $n$*.*On en déduit que, pour tout entier naturel $n$, $w\_{n}=w\_{0}×b^{n}=50×1,04^{n}$ . *d) Calculer le nombre d’abonnés espérés en 2021.*$2021=2015+6$ et $w\_{6}=50×1,04^{6}≈63,266$. Ainsi, en 2021, le propriétaire espère avoir 63 266 abonnés environ. |

**Chiffre d’affaires** (C.A.) :

Le Chiffre d’Affaires représente l’ensemble de la production vendue sur une période donnée. (Exemple : C.A. mensuel, C.A. annuel…)

Il s’agit des ventes facturées (les ventes peuvent être encaissées plus tard, si un délai de paiement est accordé).

En entreprise, lorsque l’on parle du CA, le montant est exprimé hors taxe

**Produits achetés**
(appelés « marchandises » s’il s’agit d’une activité commerciale.)

Ou

**Produits fabriqués**

(appelés « produits finis » s’il s’agit d’une activité industrielle.)

**En stock** (s’ils ne sont pas vendus)

**Chiffre d’affaires HT** (s’ils sont vendus)

 **+**

**TVA**

**= Chiffre d’affaires TTC**

Si le client a payé, on parle de **Recette** (ou encaissement)

Si le client n’a pas payé, il s’agit du

CA facturé non encaissé

**Source : CER Francenational** (réseau d’expertise comptable)

[**http://www.cerfrance.fr/**](http://www.cerfrance.fr/)

**Chiffre d’affaires, production de l’exercice, recette** [**https://www.youtube.com/watch?v=Pa8kV\_uIYzs**](https://www.youtube.com/watch?v=Pa8kV_uIYzs)

Alors qu’il faut dire

Taux d’évolution

on dit parfois

Taux de croissance

**Le bénéfice** algébrique

 PEUT être **négatif**

**Le bénéfice** comptable

 est TOUJOURS **positif**

on parle de

**Recettes**

**En mathématiques**

**En sciences de gestion**

on parle de

 **Chiffre d’affaires**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| SARL Dujardin |   |   |  **La facture** |
|   |  | Doit : | Mme Nicole**Les réductions commerciales** :* **le rabais** : est une réduction exceptionnelle accordée en raison d'un défaut de qualité, de conformité du produit ou d'un retard de livraison.
* **la remise** : est une réduction habituelle accordée en raison de la fidélité du client, de la quantité achetée ou d'une opération promotionnelle.
* **la ristourne** : est une réduction de fin d'année calculée sur le CA réalisé avec l'acheteur.
 |
|   |  | Le : | Date du jour |
|   | Facture N° 125 |   |
|   |  |  |   |
| Désignation | Prix unitaire | Quantité | Total HT |
| Plaquettes de frein | 25,00 € | 4 | 100,00 |
| Bidon d'huile 5W50 | 13,00 € | 3 | 39,00**La réduction financière** :est une réduction accordée en raison des modalités de règlement du client ou en raison d'un paiement intervenant avant le terme normal d'exigibilité de la facture. Elle se traduit par un «**escompte de règlement** ». |
| Liquide refroidissement | 16,00 € | 2 | 32,00 |
|   |   |   |   |
|   | Montant HT | 171,00 |
|   | Remise de 15 % | 25,65 |
|   | **Net commercial HT** | 145,35 |
|   | Escompte de règlement | 2,91 |
|   | **Montant Net HT** | 142,44 |
|   | TVA à 20 % |   | 28,49 |
|   | **Total TTC** |   | **173,84** |
|   |   |   |   |
| Conditions de règlement : escompte de 2% si paiement comptant |

**La TVA** (Taxe sur la Valeur Ajoutée) :

* Est un impôt sur la consommation qui représente la première des recettes du budget de l’Etat.
* Les taux de TVA sont fixés par la loi de finances ; la dernière modification de taux de TVA est intervenue au 1er janvier 2014.
Il existe 4 taux :
* **Taux normal**: 20 % (pour la majorité des ventes de biens et des prestations de services).
* **Taux intermédiaire** : 10% (applicable notamment aux produits agricoles non transformés, au bois de chauffage, aux transports de voyageurs, à la restauration, aux travaux d'amélioration du logement, aux droits d'entrée dans les musées, zoo, etc).
* **Taux réduit**: 5,5% (il concerne les produits alimentaires, équipements et services pour handicapés, abonnements gaz et électricité, fourniture de repas dans les cantines scolaires, fourniture de chaleur produite à partir d’énergies renouvelables, livres sur tout support, billetterie de spectacle vivant, logements sociaux et travaux d’amélioration de la qualité énergétique des logements, livraisons d'œuvres d'art effectuées par leur auteur ou ses ayants droit).
* **Taux particulier** : 2,1%, est réservé aux médicaments remboursables par la sécurité sociale, aux ventes d’animaux vivants de boucherie et de charcuterie à des non assujettis, à la redevance télévision, à certains spectacles et aux publications de presse inscrites à la Commission paritaire des publications et agences de presse

Source : <http://www.economie.gouv.fr/cedef/taux-tva-france-et-union-europeenne>